UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRES

FACULTAD DE CIENCIAS PURAS Y NATURALES

CURSO PREUNIVERSITARIO

RELATORIA PRIMER PARCIAL GESTION I/2020 (MAT – 99)

GRUPO 3

PREGUNTA 1

Hallar los valores de a y b para que el polinomio $(x^4 + x^3 - 7x^2 + (a-7)x + b + a - 7)$ sea divisible por $x^2 - 1$

a) $a = 5$; $b = 7$

b) $a = 6$; $b = 7$

c) $a = 7$; $b = 8$

d) $a = -1$; $b = -2$

e) $NINGUNO$

Respuesta: b) $a = 6$; $b = 7$

Solución: Sea $P_{(x)} = x^4 + x^3 - 7x^2 + (a-7)x + b + a - 7$. Para que $P_{(x)}$ sea divisible entre $x^2 - 1$ lo debe ser por: $(x-1)$ y $(x+1)$, ahora aplicamos el teorema del resto para cada caso.

$P_{(1)} = 1^4 + 1^3 - 7(1)^2 + (a-7)(1) + b + a - 7 = 0$ (Se iguala a cero, pues debe ser divisible)

También: $P_{(-1)} = (-1)^4 + (-1)^3 - 7(-1)^2 + (a-7)(-1) + b + a - 7 = 0$ entonces $b = 7$ este valor sustituimos en $P_{(1)} = 1^4 + 1^3 - 7(1)^2 + (a-7)(1) + b + a - 7 = 0$ entonces $2a + b = 19$

Así $a = 6$

De este modo: $a = 6$; $b = 7$

PREGUNTA 2

Si $x^4+y^4+z^4=0$, determinar el valor de $E=\frac{(x^2+y^2+z^2)}{(x^2-y^2-z^2)}\sqrt{\frac{y^2z^2-x^2y^2-x^2z^2}{x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2}}$

a) $E=5$

b) $E=4$

c) $E=3$

d) $E=2$

e) $NINGUNO$

Respuesta: e) $NINGUNO$

Solución: La expresión $\frac{(x^2+y^2+z^2)}{(x^2-y^2-z^2)}$ lo introducimos dentro de la raíz cuadrada.

$$E=\frac{(x^2+y^2+z^2)}{(x^2-y^2-z^2)}\sqrt{\frac{y^2z^2-x^2y^2-x^2z^2}{x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2}}=\sqrt{\frac{(x^2+y^2+z^2)^2}{(x^2-y^2-z^2)^2}\,\frac{y^2z^2-x^2y^2-x^2z^2}{x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2}}$$

Ahora realizamos productos notables: $E=\sqrt{\frac{x^4+y^4+z^4+2x^2y^2+2x^2z^2+2y^2z^2}{x^4+y^4+z^4+2y^2z^2-2x^2y^2-2x^2z^2}\,\frac{y^2z^2-x^2y^2-x^2z^2}{x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2}}$

Pero $x^4+y^4+z^4=0$ entonces:

$$E=\sqrt{\frac{2x^2y^2+2x^2z^2+2y^2z^2}{2y^2z^2-2x^2y^2-2x^2z^2}\,\frac{y^2z^2-x^2y^2-x^2z^2}{x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2}}=\sqrt{\frac{2(x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2)}{2(y^2z^2-x^2y^2-x^2z^2)}\,\frac{y^2z^2-x^2y^2-x^2z^2}{x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2}}$$

$E=\sqrt{\frac{2}{2}}=\sqrt{1}=1$ entonces $E=1$

PREGUNTA 3

La solución de la ecuación $\sqrt{x-3}-\sqrt{2x+2}=2$ es:

a) $x=4$

b) $x=1$

c) $x=7$

d) $x=10$

e) $NINGUNO$

Respuesta: e) $NINGUNO$

Solución: $\sqrt{x-3}-\sqrt{2x+2}=2 \ \rightarrow\ \sqrt{x-3}=2+\sqrt{2x+2} \ \rightarrow\ \left(\sqrt{x-3}\right)^2=\left(2+\sqrt{2x+2}\right)^2$

$\rightarrow\ x-3=4+4\sqrt{2x+2}+2x+2 \ \rightarrow\ -x-9=4\sqrt{2x+2} \ \rightarrow\ (-x-9)^2=\left(4\sqrt{2x+2}\right)^2$

$\rightarrow\ x^2+18x+81=16(2x+2) \ \rightarrow\ x^2-14x+49=0 \ \rightarrow\ (x-7)^2=0 \ \rightarrow\ x=7$

Ahora vamos a comprobar si satisface la ecuación original, sustituimos en**:**

$\sqrt{x-3}-\sqrt{2x+2}=2 \ \rightarrow\ \sqrt{7-3}-\sqrt{2(7)+2}=2 \ \rightarrow\ \sqrt{4}-\sqrt{16}=2 \ \rightarrow\ -2=2$ (FALSO)

Por tanto: $x=7$ no es solución de la ecuación.

Así la ecuación $\sqrt{x-3}-\sqrt{2x+2}=2$ NO TIENE SOLUCIONES.

PREGUNTA 4

Hallar el valor de t para que la división de $(4tx^2 - tx + 15 - 20x)$ entre $(2tx - 5)$ sea exacta.

a) $t = 0$

b) $t = 1$

c) $t = -1$

d) $t = -2$

e) $NINGUNO$

Respuesta: e) $NINGUNO$

Solución: Para que la división sea exacta, el resto debe ser cero. Por el teorema del resto, al dividir $P_{(x)} = 4tx^2 - tx + 15 - 20x$ entre $(2tx - 5)$, tenemos que el resto es $P_{\left(\frac{5}{2t}\right)} = 0$, esto es:

$4t\left(\frac{5}{2t}\right)^2 - t\left(\frac{5}{2t}\right) + 15 - 20\left(\frac{5}{2t}\right) = 0$ resolviendo esta última ecuación tenemos: $t = 2$

PREGUNTA 5

Dado el sistema de ecuaciones: $\begin{cases} \dfrac{m}{x-a}+\dfrac{n}{y-b}=\dfrac{m-n}{b-a} \\ \dfrac{r}{x-a}+\dfrac{s}{b-y}=\dfrac{r+s}{b-a} \end{cases}$ El valor de x es:

a) $x=r$

b) $x=s$

c) $x=1$

d) $x=2$

e) $NINGUNO$

Respuesta: e) $NINGUNO$

Solución: $\begin{cases} \dfrac{m}{x-a}+\dfrac{n}{y-b}=\dfrac{m-n}{b-a} & (1) \\ \dfrac{r}{x-a}+\dfrac{s}{b-y}=\dfrac{r+s}{b-a} & (2) \end{cases}$

Multiplicamos la ecuación (1) por s, la ecuación (2) por n.

Además factorizar el signo de: $b-y=-(y-b)$. Así tenemos:

$$\frac{sm}{x-a}+\frac{sn}{y-b}=\frac{sm-sn}{b-a} \quad \text{y} \quad \frac{nr}{x-a}-\frac{ns}{y-b}=\frac{nr+ns}{b-a}$$

Sumando miembro a miembro estas dos últimas ecuaciones, tenemos: $\frac{sm}{x-a}+\frac{nr}{x-a}=\frac{sm-sn}{b-a}+\frac{nr+ns}{b-a}$

$$\rightarrow \frac{sm+nr}{x-a}=\frac{sm-sn+nr+ns}{b-a} \rightarrow \frac{sm+nr}{x-a}=\frac{sm+nr}{b-a} \rightarrow \frac{1}{x-a}=\frac{1}{b-a} \rightarrow x-a=b-a \rightarrow x=b$$