UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRES

FACULTAD DE CIENCIAS PURAS Y NATURALES

CURSO PREUNIVERSITARIO

RELATORIA PRIMER PARCIAL GESTION I/2020 (MAT – 99)

GRUPO 2

PREGUNTA 1

La solución del sistema de ecuaciones $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{2}{y}=1 \\ \frac{2}{x}-\frac{1}{y}=-\frac{7}{4} \end{cases}$ es:

a) $x=-2 \;;\; y=\frac{1}{3}$

b) $x=2 \;;\; y=\frac{4}{3}$

c) $x=-2 \;;\; y=-\frac{4}{3}$

d) $x=2 \;;\; y=\frac{1}{3}$

e) $NINGUNO$

Respuesta: e) $NINGUNO$

Solución: Aplicamos cambio de variable, sea $u=\frac{1}{x}\;;v=\frac{1}{y}$ asi tenemos un sistema que es equivalente al anterior: $\begin{cases} u+2v=1 & (1) \\ 2u-v=-\frac{7}{4} & (2) \end{cases}$ Multiplicando la ecuación (2) por 2 y sumando miembro a miembro con la ecuación (1) tenemos: $5u=-\frac{7}{2}+1 \rightarrow\; u=-\frac{1}{2}$. Además $v=\frac{3}{4}$

Pero $u=\frac{1}{x}\;;v=\frac{1}{y}$ entonces: $x=-2 \;;\; y=\frac{4}{3}$

PREGUNTA 2

Hallar el valor de n, si el grado del polinomio $(x^n+1)(x^n+2)^2(x^n+3)^3(x^n+4)^4$ es 300

a) $n=10$

b) $n=30$

c) $n=40$

d) $n=20$

e) $n=35$

Respuesta: b) $n=30$

<u>Solución</u>: Los exponentes de los factores del polinomio son:

$$n \ ; \ 2n \ ; \ 3n \ ; \ 4n$$

Así el grado del polinomio es:

$$n+2n+3n+4n=10n$$

Por condición del problema: $10n=300$ entonces $n=30$

PREGUNTA 3

Si $x^4 + y^4 + z^4 = 0$, determinar el valor de $E = \frac{(x^2+y^2+z^2)}{(x^2-y^2-z^2)}\sqrt{\frac{y^2z^2-x^2y^2-x^2z^2}{x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2}}$

a) $E = -1$

b) $E = 1$

c) $E = 2$

d) $E = -2$

e) $NINGUNO$

Respuesta: b) $E = 1$

Solución: La expresión $\frac{(x^2+y^2+z^2)}{(x^2-y^2-z^2)}$ lo introducimos dentro de la raíz cuadrada.

$$E = \frac{(x^2+y^2+z^2)}{(x^2-y^2-z^2)}\sqrt{\frac{y^2z^2-x^2y^2-x^2z^2}{x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2}} = \sqrt{\frac{(x^2+y^2+z^2)^2}{(x^2-y^2-z^2)^2}\,\frac{y^2z^2-x^2y^2-x^2z^2}{x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2}}$$

Ahora realizamos productos notables: $E = \sqrt{\frac{x^4+y^4+z^4+2x^2y^2+2x^2z^2+2y^2z^2}{x^4+y^4+z^4+2y^2z^2-2x^2y^2-2x^2z^2}\,\frac{y^2z^2-x^2y^2-x^2z^2}{x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2}}$

Pero $x^4 + y^4 + z^4 = 0$ entonces:

$$E = \sqrt{\frac{2x^2y^2+2x^2z^2+2y^2z^2}{2y^2z^2-2x^2y^2-2x^2z^2}\,\frac{y^2z^2-x^2y^2-x^2z^2}{x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2}} = \sqrt{\frac{2(x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2)}{2(y^2z^2-x^2y^2-x^2z^2)}\,\frac{y^2z^2-x^2y^2-x^2z^2}{x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2}}$$

$E = \sqrt{\frac{2}{2}} = \sqrt{1} = 1$ entonces $E = 1$

PREGUNTA 4

La solución de la ecuación $\sqrt{x-3}-\sqrt{2x+2}=2$ es:

a) $x=12$

b) $x=5$

c) $x=7$

d) $x=4$

e) $NINGUNO$

Respuesta: e) $NINGUNO$

Solución: $\sqrt{x-3}-\sqrt{2x+2}=2 \rightarrow \sqrt{x-3}=2+\sqrt{2x+2} \rightarrow \left(\sqrt{x-3}\right)^2=\left(2+\sqrt{2x+2}\right)^2$

$\rightarrow x-3=4+4\sqrt{2x+2}+2x+2 \rightarrow -x-9=4\sqrt{2x+2} \rightarrow (-x-9)^2=\left(4\sqrt{2x+2}\right)^2$

$\rightarrow x^2+18x+81=16(2x+2) \rightarrow x^2-14x+49=0 \rightarrow (x-7)^2=0 \rightarrow x=7$

Ahora vamos a comprobar si satisface la ecuación original, sustituimos en:

$\sqrt{x-3}-\sqrt{2x+2}=2 \rightarrow \sqrt{7-3}-\sqrt{2(7)+2}=2 \rightarrow \sqrt{4}-\sqrt{16}=2 \rightarrow -2=2$ (FALSO)

Por tanto: $x=7$ no es solución de la ecuación.

Así la ecuación $\sqrt{x-3}-\sqrt{2x+2}=2$ NO TIENE SOLUCIONES.

PREGUNTA 5

Hallar el valor de k, para que al dividir $(4x^4 - 4x^3 + 7x^2 - k - 3)$ entre $(2x - 1)$ de un resto de $-\frac{3}{2}$

a) $k = -2$

b) $k = -1$

c) $k = 0$

d) $k = 1$

e) $k = 2$

Respuesta: c) $k = 0$

Solución: Tenemos $P_{(x)} = 4x^4 - 4x^3 + 7x^2 - k - 3$ ahora utilizamos el teorema del resto, como la división es entre $2x - 1$, entonces el resto es: $P_{\left(\frac{1}{2}\right)} = 4\left(\frac{1}{2}\right)^4 - 4\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 7\left(\frac{1}{2}\right)^2 - k - 3$

Además por condición del problema: $P_{\left(\frac{1}{2}\right)} = -\frac{3}{2}$

Así, igualando tenemos: $4\left(\frac{1}{2}\right)^4 - 4\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 7\left(\frac{1}{2}\right)^2 - k - 3 = -\frac{3}{2}$

Despejando, tenemos: $k = 0$