UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS

FACULTAD DE CIENCIAS PURAS Y NATURALES

CURSO PREUNIVERSITARIO

II/2019

MAT-99	INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA		PRIMER PARCIAL
Apellidos		Cédula	
Nombres		Carrera	
Docente		Paralelo	

Fila B: Preguntas de Selección Múltiple (Solucionario)

1. (2 pts) Si n es impar y x es un número positivo, ¿cuál es el signo de $\sqrt[n]{x}$?.

   (a) Positivo (b) Negativo (c) Cero (d) Ninguno.

   Solución 1. *Por definición de radical, si x es positivo y n es impar, entonces $\sqrt[n]{x}$ es positivo.* ■

2. (2 pts) Un factor de la expresión algebraica $a^3 - b^3$ es:

   (a) $a + b$ (b) $a - b$ (c) $a^2 + ab - b^2$ (d) Ninguno.

   Solución 2. *Es suficiente recordar el producto notable $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$.* ■

3. (2 pts) El resto de dividir un polinomio $P(x)$ entre $ax - b$, donde $a \neq 0$, es:

   (a) $P\left(-\frac{b}{a}\right)$ (b) $P\left(-\frac{a}{b}\right)$ (c) $P\left(\frac{b}{a}\right)$ (d) Ninguno.

   Solución 3. *Por el teorema del resto, el residuo de la división $P(x) \div (ax - b)$ es $P\left(\frac{b}{a}\right)$.* ■

4. (2 pts) Al simplificar la expresión algebraica $2h + 2[e - g - 2(g - h)] + e - 3[-2g + (e + h)]$ se obtiene:

   (a) $h - 6g$ (b) $3h$ (c) $h + e + g$ (d) Ninguno.

   Solución 4. *Simplificando la expresión:*

$$\begin{aligned} 2h + 2[e - g - 2(g - h)] + e - 3[-2g + (e + h)] &= 2h + 2e - 2g - 4(g - h) + e + 6g - 3(e + h) \\ &= 2h + 2e - 2g - 4g + 4h + e + 6g - 3e - 3h \\ &= (2h + 4h - 3h) + (2e + e - 3e) + (-2g - 4g + 6g) \\ &= 3h \quad ■ \end{aligned}$$

5. (2 pts) Hallar la suma de los coeficientes del polinomio cociente de la división $(x^4+2x^3-7x^2+x+2) \div (x^2+3x-5)$.

   (a) -3 (b) 1 (c) -1 (d) Ninguno.

   Solución 5. *Después de realizar la división de los polinomios se consigue:*

$$x^4 + 2x^3 - 7x^2 + x + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot (x^2 + 3x - 5) + (-7x + 7);$$

   la suma de los coeficientes del polinomio cociente $x^2 - x + 1$ es 1. ■

6. (3 pts) Usando las leyes de exponentes, al simplificar la expresión $\sqrt[n]{\dfrac{12^n+18^n+24^n}{3^{-n}+4^{-n}+6^{-n}}}$ se obtiene:

(a) 48 (b) 18 (c) 72 (d) Ninguno.

Solución 6. *De un cálculo directo*

$$\frac{1}{3^{-n}+4^{-n}+6^{-n}}=\frac{1}{\dfrac{1}{3^n}+\dfrac{1}{4^n}+\dfrac{1}{6^n}}=\frac{1}{\dfrac{24^n+18^n+12^n}{72^n}}=\frac{72^n}{24^n+18^n+12^n};$$

por lo tanto,

$$\sqrt[n]{\frac{12^n+18^n+24^n}{3^{-n}+4^{-n}+6^{-n}}}=\sqrt[n]{(12^n+18^n+24^n)\left(\frac{72^n}{24^n+18^n+12^n}\right)}=\sqrt[n]{72^n}=72 \quad \blacksquare$$

7. (3 pts) Encuentre el valor de r para que la división $(4rx^2-20x+15-rx)\div(2rx-5)$ sea exacta.

(a) $r=-2$ (b) $r=2$ (c) $r=1$ (d) Ninguno.

Solución 7. *Por el teorema del resto, el residuo de dividir el polinomio* $P(x)=4rx^2-20x+15-rx$ *entre* $2rx-5$ *es* $P\left(\frac{5}{2r}\right)$. *A fin que la división sea exacta, es necesario que* $P\left(\frac{5}{2r}\right)=0$, *es decir,*

$$4r\left(\frac{5}{2r}\right)^2-20\left(\frac{5}{2r}\right)+15-r\left(\frac{5}{2r}\right)=0;$$

al reducir esta expresión se obtiene $\frac{25}{r}-\frac{50}{r}+\frac{25}{2}=0$, *de donde,* $\frac{-25}{r}+\frac{25}{2}=0$, *así,* $r=2$. $\blacksquare$

8. (5 pts) Usando leyes de exponentes, simplificar la expresión $\dfrac{\sqrt[a]{z^{a+1}\cdot\sqrt[a]{z^{a^2+2}\cdot\sqrt[a]{z^{a^3+3}}}}}{\sqrt[a]{z\cdot\sqrt[a]{z^2\cdot\sqrt[a]{z^3}}}}$.

(a) z^{3a} (b) $z^{3/a}$ (c) z^3 (d) Ninguno.

Solución 8. *Usando las leyes de exponentes, reducimos el numerador de la expresión de encima:*

$$\begin{aligned}\sqrt[a]{z^{a+1}\cdot\sqrt[a]{z^{a^2+2}\cdot\sqrt[a]{z^{a^3+3}}}}=\sqrt[a]{z^{a+1}\cdot\sqrt[a]{z^{a^2+2}\cdot z^{\left(\frac{a^3+3}{a}\right)}}}&=\sqrt[a]{z^{a+1}\cdot\sqrt[a]{z^{\left(\frac{a^3+2a+a^3+3}{a}\right)}}}\\&=\sqrt[a]{z^{\left(\frac{a^3+a^2+a^3+2a+a^3+3}{a^2}\right)}}\\&=z^{\left(\frac{3a^3+a^2+2a+3}{a^3}\right)};\end{aligned}$$

análogamente, al reducimos el denominador:

$$\sqrt[a]{z\cdot\sqrt[a]{z^2\cdot\sqrt[a]{z^3}}}=\sqrt[a]{z\cdot\sqrt[a]{z^{\left(\frac{2a+3}{a}\right)}}}=\sqrt[a]{z\cdot z^{\left(\frac{2a+3}{a^2}\right)}}=\sqrt[a]{z^{\left(\frac{a^2+2a+3}{a^2}\right)}}=z^{\left(\frac{a^2+2a+3}{a^3}\right)},$$

así,

$$\frac{\sqrt[a]{z^{a+1}\cdot\sqrt[a]{z^{a^2+2}\cdot\sqrt[a]{z^{a^3+3}}}}}{\sqrt[a]{z\cdot\sqrt[a]{z^2\cdot\sqrt[a]{z^3}}}}=\frac{z^{\left(\frac{3a^3+a^2+2a+3}{a^3}\right)}}{z^{\left(\frac{a^2+2a+3}{a^3}\right)}}=z^3. \quad \blacksquare$$

9. (6 pts) Al reducir al mínimo la expresión $\left(\dfrac{x^3+1}{x^2+3x+2}\cdot\dfrac{x^2-x-6}{x^2-2x-3}\right)\div\dfrac{x^2-x+1}{2x^2+2x}$ se obtiene:

(a) $2x$ (b) $x-1$ (c) $x+1$ (d) Ninguno.

Solución 9. *Factorizamos las expresiones involucradas:*

$$\frac{\dfrac{x^3+1}{x^2+3x+2}\cdot\dfrac{x^2-x-6}{x^2-2x-3}}{\dfrac{x^2-x+1}{2x^2+2x}}=\frac{\dfrac{(x+1)(x^2-x+1)}{(x+2)(x+1)}\cdot\dfrac{(x-3)(x+2)}{(x-3)(x+1)}}{\dfrac{x^2-x+1}{2x(x+1)}}=\frac{\dfrac{(x^2-x+1)}{(x+1)}}{\dfrac{(x^2-x+1)}{2x(x+1)}}=2x. \quad \blacksquare$$

10. (6 pts) Usando la regla de Ruffini, hallar la suma de los ceros del polinomio $8x^5-28x^4-14x^3+79x^2+3x-18$

(a) 5/2 (b) 7/2 (c) 1/3 (d) Ninguno.

Solución 10. *Para hallar los ceros del polinomio, factorizamos el polinomio usando la regla de Riffini, se consigue:*

$$8x^5-28x^4-14x^3+79x^2+3x-18=\frac{1}{8}\,(x-2)\,(x-3)\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{3}{2}\right);$$

así, los ceros del polinomio son

$$x=2,\qquad x=3,\qquad x=\frac{1}{2},\qquad x=-\frac{1}{2}\quad y\quad x=-\frac{3}{2}.$$

Por lo tanto, la suma de los ceros del polinomio es: $2+3+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=\frac{7}{2}$. $\blacksquare$