# UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS

Facultad de Ciencias Puras y Naturales

Curso Preuniversitario

II/2019

| MAT-99 | INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA | | PRIMER PARCIAL |
|---|---|---|---|
| Apellidos | | Cédula | |
| Nombres | | Carrera | |
| Docente | | Paralelo | |

## Fila A: Preguntas de Selección Múltiple (Solucionario)

1. (2 pts) Si $n$ es impar y $x$ es un número negativo, ¿cuál es el signo de $\sqrt[n]{x}$ ?.

   (a) Positivo (b) Negativo (c) Cero (d) Ninguno.

   **Solución 1.** *Por definición de radical, si $x$ es negativo y $n$ es impar, entonces $\sqrt[n]{x}$ es negativo.* ■

2. (2 pts) Un factor de la expresión algebraica $a^3 + b^3$ es:

   (a) $a - b$ (b) $a^2 - ab - b^2$ (c) $a + b$ (d) Ninguno.

   **Solución 2.** *Es suficiente recordar el producto notable $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$.* ■

3. (2 pts) El resto de dividir un polinomio $P(x)$ entre $ax + b$, donde $a \neq 0$, es:

   (a) $P\left(\frac{b}{a}\right)$ (b) $P\left(\frac{a}{b}\right)$ (c) $P\left(-\frac{b}{a}\right)$ (d) Ninguno.

   **Solución 3.** *Por el teorema del resto, el residuo de la división $P(x) \div (ax + b)$ es $P\left(-\frac{b}{a}\right)$.* ■

4. (2 pts) Al simplificar la expresión algebraica $2f + 2[e - d - 2(d - f)] + e - 3[-2d + (e + f)]$ se obtiene:

   (a) $3f$ (b) $f - 6d$ (c) $f + e + d$ (d) Ninguno.

   **Solución 4.** *Simplificando la expresión:*

$$\begin{aligned} 2f + 2[e - d - 2(d - f)] + e - 3[-2d + (e + f)] &= 2f + 2e - 2d - 4(d - f) + e + 6d - 3(e + f) \\ &= 2f + 2e - 2d - 4d + 4f + e + 6d - 3e - 3f \\ &= (2f + 4f - 3f) + (2e + e - 3e) + (-2d - 4d + 6d) \\ &= 3f \quad ■ \end{aligned}$$

5. (2 pts) Hallar la suma de los coeficientes del polinomio cociente de la división $(x^4+2x^3-7x^2+x+2) \div (x^2-3x+5)$.

   (a) 3 (b) 2 (c) 9 (d) Ninguno.

   **Solución 5.** *Después de realizar la división de los polinomios se consigue:*

$$x^4 + 2x^3 - 7x^2 + x + 2 = (x^2 + 5x + 3) \cdot (x^2 - 3x + 5) + (-15x - 13);$$

   *la suma de los coeficientes del polinomio cociente $x^2 + 5x + 3$ es 9.* ■

6. (3 pts) Usando las leyes de exponentes, al simplificar la expresión $\sqrt[n]{\dfrac{12^n+15^n+20^n}{3^{-n}+4^{-n}+5^{-n}}}$ se obtiene:

(a) 60 (b) 12 (c) 20 (d) Ninguno.

**Solución 6.** *De un cálculo directo*

$$\frac{1}{3^{-n}+4^{-n}+5^{-n}}=\frac{1}{\dfrac{1}{3^n}+\dfrac{1}{4^n}+\dfrac{1}{5^n}}=\frac{1}{\dfrac{20^n+15^n+12^n}{60^n}}=\frac{60^n}{20^n+15^n+12^n};$$

*por lo tanto,*

$$\sqrt[n]{\frac{12^n+15^n+20^n}{3^{-n}+4^{-n}+5^{-n}}}=\sqrt[n]{(12^n+15^n+20^n)\left(\frac{60^n}{20^n+15^n+12^n}\right)}=\sqrt[n]{60^n}=60 \quad \blacksquare$$

7. (3 pts) Encuentre el valor de $k$ para que la división $(4kx^2-20x+15-kx)\div(2kx-5)$ sea exacta.

(a) $k=-2$ (b) $k=2$ (c) $k=1$ (d) Ninguno.

**Solución 7.** *Por el teorema del resto, el residuo de dividir el polinomio* $P(x)=4kx^2-20x+15-kx$ *entre* $2kx-5$ *es* $P\left(\frac{5}{2k}\right)$. *A fin que la división sea exacta, es necesario que* $P\left(\frac{5}{2k}\right)=0$, *es decir,*

$$4k\left(\frac{5}{2k}\right)^2-20\left(\frac{5}{2k}\right)+15-k\left(\frac{5}{2k}\right)=0;$$

*al reducir esta expresión se obtiene* $\frac{25}{k}-\frac{50}{k}+\frac{25}{2}=0$, *de donde,* $\frac{-25}{k}+\frac{25}{2}=0$, *así,* $k=2$. $\blacksquare$

8. (5 pts) Usando leyes de exponentes, simplificar la expresión $\dfrac{\sqrt[a]{y^{a+1}\cdot\sqrt[a]{y^{a^2+2}\cdot\sqrt[a]{y^{a^3+3}}}}}{\sqrt[a]{y\cdot\sqrt[a]{y^2\cdot\sqrt[a]{y^3}}}}$.

(a) $y^{3a}$ (b) $y^3$ (c) $y^{3/a}$ (d) Ninguno.

**Solución 8.** *Usando las leyes de exponentes, reducimos el numerador de la expresión de encima:*

$$\begin{aligned}\sqrt[a]{y^{a+1}\cdot\sqrt[a]{y^{a^2+2}\cdot\sqrt[a]{y^{a^3+3}}}}&=\sqrt[a]{y^{a+1}\cdot\sqrt[a]{y^{a^2+2}\cdot y^{\left(\frac{a^3+3}{a}\right)}}}=\sqrt[a]{y^{a+1}\cdot\sqrt[a]{y^{\left(\frac{a^3+2a+a^3+3}{a}\right)}}}\\&=\sqrt[a]{y^{\left(\frac{a^3+a^2+a^3+2a+a^3+3}{a^2}\right)}}\\&=y^{\left(\frac{3a^3+a^2+2a+3}{a^3}\right)};\end{aligned}$$

*análogamente, al reducimos el denominador:*

$$\sqrt[a]{y\cdot\sqrt[a]{y^2\cdot\sqrt[a]{y^3}}}=\sqrt[a]{y\cdot\sqrt[a]{y^{\left(\frac{2a+3}{a}\right)}}}=\sqrt[a]{y\cdot y^{\left(\frac{2a+3}{a^2}\right)}}=\sqrt[a]{y^{\left(\frac{a^2+2a+3}{a^2}\right)}}=y^{\left(\frac{a^2+2a+3}{a^3}\right)},$$

*así,*

$$\frac{\sqrt[a]{y^{a+1}\cdot\sqrt[a]{y^{a^2+2}\cdot\sqrt[a]{y^{a^3+3}}}}}{\sqrt[a]{y\cdot\sqrt[a]{y^2\cdot\sqrt[a]{y^3}}}}=\frac{y^{\left(\frac{3a^3+a^2+2a+3}{a^3}\right)}}{y^{\left(\frac{a^2+2a+3}{a^3}\right)}}=y^3. \quad \blacksquare$$

9. (6 pts) Al reducir al mínimo la expresión $\left(\dfrac{x^3-1}{x^2-2x-3}\cdot\dfrac{x+1}{x^2+x-2}\right)\div\dfrac{x^2+x+1}{x^3-x^2-6x}$ se obtiene:

(a) $x+1$ (b) $x-1$ (c) $x$ (d) Ninguno.

**Solución 9.** *Factorizamos las expresiones involucradas:*

$$\frac{\dfrac{x^3-1}{x^2-2x-3}\cdot\dfrac{x+1}{x^2+x-2}}{\dfrac{x^2+x+1}{x^3-x^2-6x}}=\frac{\dfrac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-3)(x+1)}\cdot\dfrac{x+1}{(x+2)(x-1)}}{\dfrac{x^2+x+1}{x(x-3)(x+2)}}=\frac{\dfrac{(x^2+x+1)}{(x-3)(x+2)}}{\dfrac{(x^2+x+1)}{x(x-3)(x+2)}}=x. \quad \blacksquare$$

10. (6 pts) Usando la regla de Ruffini, hallar la suma de los ceros del polinomio $8x^5+4x^4-62x^3-73x^2+15x+18$

(a) 5 (b) 5/3 (c) $-1/2$ (d) Ninguno.

**Solución 10.** *Para hallar los ceros del polinomio, factorizamos el polinomio usando la regla de Riffini, se consigue:*

$$8x^5+4x^4-62x^3-73x^2+15x+18=\frac{1}{8}(x+2)(x-3)\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{3}{2}\right);$$

*así, los ceros del polinomio son*

$$x=-2,\qquad x=3,\qquad x=\frac{1}{2},\qquad x=-\frac{1}{2}\ \ y\ \ x=-\frac{3}{2}.$$

*Por lo tanto, la suma de los ceros del polinomio es:* $-2+3+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-\frac{1}{2}$. $\blacksquare$