SOLUCIÓN

FILA ¨A¨

Preguntas de Selección Múltiple

1. (4 %) El dominio de la funcion $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}-2}$ es
Solucion: $\sqrt{x-2} - 2 \neq 0$ y $x \geq 2$entonces

$$\begin{aligned} \sqrt{x-2} - 2 \neq 0 \quad &\equiv \quad \sim (\sqrt{x-2} - 2 = 0) \text{ y } x \geq 2 \\ &\sim (\sqrt{x-2} = 2) \text{ y } x \geq 2 \\ &\sim (x - 2 = 4) \text{ y } x \geq 2 \\ &x \neq 6 \text{ y } x \geq 2 \end{aligned}$$

asi $x \in [2, 6) \cup (6, +\infty)$
2. (4 %) El dominio de la funcion $f(x) = \frac{x^2-2x}{4-x^2}$ es
Solucion: $4 - x^2 \neq 0$ entonces

$$\begin{aligned} 4 - x^2 \neq 0 \quad &\equiv \quad \sim (4 - x^2 = 0) \\ &\sim ((2 - x)(2 + x) = 0) \\ &\sim (x = 2 \quad \text{y} \quad x = -2) \\ &x \neq 2 \quad \text{o} \quad x \neq -2 \end{aligned}$$

asi $x \in \mathbb{R} - \{2, -2\}$
3. (4 %) El dominio de la funcion $f(x) = \frac{4}{2-|x+1|}$ es
Solucion: $2 - |x + 1| \neq 0$ entonces

$$
\begin{aligned}
2-|x+1| \neq 0 &\equiv \sim (2-|x+1|=0) \\
&\equiv \sim (|x+1|=2) \\
&\equiv \sim (|x+1|^2=4) \\
&\equiv \sim ((x+1)^2=4) \\
&\equiv \sim (x=1 \quad \text{y} \quad x=-3) \\
&\equiv (x \neq 1 \text{ y } x \neq -3)
\end{aligned}
$$

asi $x \in \mathbb{R} - \{1, -3\}$

4. (4 %) Sean las funciones f y g tales que $f(x) = x^2 - 2x - 2$ y $g(x) = ax + b$. Si $f \circ g = g \circ f$ para todo numero real x, entonces el valor de a es

Solocicion:

$$
\begin{aligned}
&(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x) \\
&f(g(x)) = g(f(x)) \\
&f(ax+b) = g(x^2-2x-2) \\
&(ax+b)^2 - 2(ax+b) - 2 = a(x^2-2x-2) + b \\
&a^2x^2 + (2ab-2a)x + (b^2-2b-2) = ax^2 - 2ax + (b-2a)
\end{aligned}
$$

de donde $a^2 = a$, $2ab - 2a = -2a$ y $b^2 - 2b - 2 = b - 2a$ de la primera ecuacion se tiene que $a = 0$ o $a = 1$. Para $a = 0$ de la segunda y tercera ecuacion se tiene que $b = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$. Por otro lado si $a = 1$ de la segunda ecuacion y tercera se tiene que $b = 0$ y $b = 3$

5. (5 %) En la ecuacion $\frac{1+log_2(x-4)}{log_{\sqrt{2}}(\sqrt{x+3}-\sqrt{x-3})} = 1$ el valor de x es

Solucion:

$$
\begin{aligned}
&\frac{1+log_2(x-4)}{log_{\sqrt{2}}(\sqrt{x+3}-\sqrt{x-3})} = 1 \\
&log_2 2 + log_2(x-4) = log_{\sqrt{2}}(\sqrt{x+3} - \sqrt{x-3}) \\
&log_2(2(x-4)) = log_2(\sqrt{x+3} - \sqrt{x-3})^2 \\
&2x - 8 = x + 3 - 2\sqrt{(x+3)(x-3)} + x - 3 \\
&(x+3)(x-3) = 16 \\
&(x+5)(x-5) = 0
\end{aligned}
$$

de donde $x = -5$ o $x = 5$. Por tanto $x = 5$

6. (4 %) En la ecuacion $x^{\frac{logx+7}{4}} = 10^{logx+1}$ el valor de x es

Solucion:

$$
\begin{aligned}
x^{\frac{logx+7}{4}} &= 10^{logx+1} \\
x^{\frac{logx+7}{4}} &= 10^{logx}(10) \\
x^{\frac{logx+7}{4}} &= 10x \\
logx + 7 &= 4(log_x 10x) \\
logx + 7 &= \frac{4}{logx} + 4 \\
logx(logx + 3) &= 4 \\
(logx + 4)(logx - 1) &= 0 \\
logx &= -4 \text{ o } logx = 1
\end{aligned}
$$

de la ecuacion $logx = -4$ se tiene que $x = 10^{-4}$ y de la ecuacion $logx = 1$ se tiene que $x = 10$

7. (4 %) El valor de $E = log_6 9 + \frac{1}{2} log_6 16$ es

Solucion:

$$
\begin{aligned}
E &= log_6 9 + \tfrac{1}{2} log_6 16 \\
&= log_6 9 + log_6 \sqrt{16} \\
&= log_6 9 + log_6 4 \\
&= log_6 36 \\
&= 2
\end{aligned}
$$

8. (4 %) El valor de $E = 4\left(9^{1-log_3\sqrt{2}}\right) - 6\left(4^{1-log_2\sqrt{3}}\right)$ es

Solucion:

$$
\begin{aligned}
E &= 4\left(9^{1-log_3\sqrt{2}}\right) - 6\left(4^{1-log_2\sqrt{3}}\right) \\
&= 4\left(9^{log_3 3-log_3\sqrt{2}}\right) - 6\left(4^{log_2 2-log_2\sqrt{3}}\right) \\
&= 4\left((3)^{2\left(log_3(\frac{3}{\sqrt{2}})\right)}\right) - 6\left((2)^{2\left(log_2(\frac{2}{\sqrt{3}})\right)}\right) \\
&= 4\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 - 6\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 \\
&= 10
\end{aligned}
$$