SOLUCIÓN

FILA ¨B¨

Preguntas de Selección Múltiple

1. (4 %) El dominio de la funcion $f(x) = \frac{1}{|x|-1}$ es
Solucion: $|x| - 1 \neq 0$ entonces

$$\begin{aligned} |x| - 1 \neq 0 \quad &\equiv \quad \sim (|x| = 1) \\ &\quad\;\; \sim (x^2 = 1) \\ &\quad\;\; \sim (x - 1 = 0 \quad \text{o} \quad x + 1 = 0) \\ &\quad\;\; x \neq 1 \text{ y } x \neq -1 \end{aligned}$$

asi $x \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$
2. (4 %) El dominio de la funcion $f(x) = \frac{2}{9-x^2}$ es
Solucion: $9 - x^2 \neq 0$ entonces

$$\begin{aligned} 9 - x^2 \neq 0 \quad &\equiv \quad \sim (9 - x^2 = 0) \\ &\quad\;\; \sim ((3 - x)(3 + x) = 0) \\ &\quad\;\; \sim (x = 3 \quad \text{y} \quad x = -3) \\ &\quad\;\; x \neq 3 \quad \text{o} \quad x \neq -3 \end{aligned}$$

asi $x \in \mathbb{R} - \{3, -3\}$
3. (4 %) El dominio de la funcion $f(x) = \frac{1}{1-|x+2|}$ es
Solucion: $1 - |x + 2| \neq 0$ entonces

$$
\begin{aligned}
1-|x+2| \neq 0 &\equiv \sim (1-|x+2|=0) \\
&\equiv \sim (|x+2|=1) \\
&\equiv \sim (|x+2|^2=1) \\
&\equiv \sim ((x+2)^2=1) \\
&\equiv \sim (x=-1 \quad \text{y} \quad x=-3) \\
&\equiv (x \neq -1 \text{ y } x \neq -3)
\end{aligned}
$$

asi $x \in \mathbb{R} - \{-1, -3\}$

4. (5 %) Sean las funciones f y g tales que $f(x) = x^2 - 2x - 2$ y $g(x) = ax + b$. Si $f \circ g = g \circ f$ para todo numero real x, entonces el valor de b es

Solocicion:

$$
\begin{aligned}
&(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x) \\
&f(g(x)) = g(f(x)) \\
&f(ax+b) = g(x^2-2x-2) \\
&(ax+b)^2 - 2(ax+b) - 2 = a(x^2-2x-2) + b \\
&a^2x^2 + (2ab-2a)x + (b^2-2b-2) = ax^2 - 2ax + (b-2a)
\end{aligned}
$$

de donde $a^2 = a$, $2ab - 2a = -2a$ y $b^2 - 2b - 2 = b - 2a$ de la primera ecuacion se tiene que $a = 0$ o $a = 1$. Para $a = 0$ de la segunda y tercera ecuacion se tiene que $b = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$. Por otro lado si $a = 1$ de la segunda ecuacion y tercera se tiene que $b = 0$ y $b = 3$

5. (4 %) En la ecuacion $log_{16}x + log_4x + log_2x = 7$ el valor de x es

Solucion:

$$
\begin{aligned}
&log_{16}x + log_4x + log_2x = 7 \\
&log_{4^2}x + log_4x + 2log_{2^2}x = 7 \\
&\tfrac{1}{2}log_4x + log_4x + 2log_4x = 7 \\
&(log_4x)(\tfrac{7}{2}) = 7 \\
&log_4x = 2 \\
&x = 4^2
\end{aligned}
$$

de donde $x = 16$

6. (4 %) En la ecuacion $log_2\left(1 + log_2\left(1 + (1 + log_2x^2)\right)\right) = 1$ el valor de x es

Solucion:

$$
\begin{aligned}
&log_2\left(1+log_2\left(1+\left(1+log_2x^2\right)\right)\right)=1\\
&1+log_2\left(1+\left(1+log_2x^2\right)\right)=2\\
&log_2\left(1+\left(1+log_2x^2\right)\right)=1\\
&1+\left(1+log_2x^2\right)=2\\
&1+log_2x^2=1\\
&log_2x^2=0\\
&x^2=1\\
&x=-1 \text{ o } x=1
\end{aligned}
$$

7. (4 %) El valor de $E=\sqrt{10^{2+\frac{1}{2}log16}}$ es

Solucion:

$$
\begin{aligned}
E &= \sqrt{10^{2+\frac{1}{2}log16}}\\
&= \sqrt{10^{2+log\sqrt{16}}}\\
&= \sqrt{10^{2+log4}}\\
&= \sqrt{10^2(10^{log4})}\\
&= \sqrt{10^2(4)}\\
&= 20
\end{aligned}
$$

8. (4 %) En la ecuacion $log_x\sqrt{5}+log_x(5x)-\frac{225}{100}=\left(log_x\sqrt{5}\right)^2$ es

Solucion:

$$
\begin{aligned}
&log_x\sqrt{5}+log_x(5x)-\tfrac{225}{100}=\left(log_x\sqrt{5}\right)^2\\
&\tfrac{1}{2}log_x5+log_x5+log_xx-\tfrac{9}{4}=\left(\tfrac{1}{2}log_x5\right)^2\\
&\tfrac{3}{2}log_x5+1-\tfrac{9}{4}=\tfrac{1}{4}\left(log_x5\right)^2\\
&\tfrac{3}{2}log_x5-\tfrac{5}{4}=\tfrac{1}{4}\left(log_x5\right)^2\\
&6log_x5-5=\left(log_x5\right)^2\\
&\left(log_x5\right)^2-6log_x5+5=0
\end{aligned}
$$

y resolviendo la ecuacion de segundo grado se tiene que $x=\sqrt[5]{5}$ o $x=5$